

引力波及引力理论检验*

郜青¹, 龚云贵², 龙江²

1. 西南大学物理科学与技术学院, 重庆 400715
2. 华中科技大学物理学院, 湖北 武汉 430074

摘要: 爱因斯坦广义相对论预言时空涟漪以引力波的形式向外传播, 它的传播速度是光速, 具有两个偏振态。超越爱因斯坦广义相对论的修改引力理论则预言引力波可能存在纵模及多至六个偏振模式, 引力波的传播速度不是光速, 引力子可能具有质量, 且引力波也可能存在偶极辐射。本文介绍了引力波的性质, 以及怎样通过引力波的探测来可能检验引力理论。

关键词: 引力波; 引力理论

中图分类号: O41 文献标志码: A 文章编号: 0529-6579(2021)01-0086-13

Test of gravity with gravitational waves

GAO Qing¹, GONG Yungui², LONG Jiang²

1. School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China
2. School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: Gravitational waves (GWs) in Einstein's general relativity propagate with the speed of light, and they have two polarizations. In modified gravitational theories beyond general relativity, GWs may have up to six polarizations, the speed of propagation may not be the speed of light, graviton may be massive and there may exist dipole radiation. In this paper, we discuss the properties of GWs and how to use the measurement of GWs to test theories of gravity.

Key words: gravitational waves; gravitational theory

1 引言

爱因斯坦于 1915 年得到了引力场方程后, 于 1916 年利用平直时空背景下的线性近似推导出了引力波所满足的波动方程及引力辐射的四极矩公式, 从而预言了引力波的存在且预言引力波的传播速度为光速。当然, 爱因斯坦 1916 年的推导有点小问题, 导致他错误地认为引力波具有三个独

立自由度。他于 1918 年更正了这个错误, 正确地指出引力波只有两个独立自由度, 即两个偏振方向。爱因斯坦的四极矩公式表明一个质量分布不对称的体系在做加速运动的时候会使时空产生变形, 而且这种变形会以波纹的形式向外传播。引力波在本质上不同于我们熟悉的电磁波, 由加速运动物体产生的引力波是时空纤维本身的波。引力波可自由传播, 基本不受环境干扰, 从而是一

* 收稿日期: 2020-10-30 录用日期: 2020-11-22 网络首发日期: 2021-01-14

基金项目: 国家自然科学基金 (11875136); 国家自然科学基金重大项目 (11690021); 中山大学天琴计划教育部重点实验室 (筹) 项目 (TQRF-2020-1.5)

作者简介: 郜青 (1987 年生), 女; 研究方向: 引力理论、宇宙学; E-mail: gaoqing1024@swu.edu.cn

通信作者: 龚云贵 (1973 年生), 男; 研究方向: 引力理论、宇宙学; E-mail: yggong@hust.edu.cn

个很干净的系统, 我们不需要考虑环境因素带来的不确定性。但是引力波信号很弱, 所以引力波探测并不容易。1960 年代韦伯开始最早尝试利用被称为韦伯棒的探测器来探测引力波, 但并没有成功。因为引力波携带能量, 所以一个辐射引力波的系统会损失能量, 双星系统便是这样的系统。双星系统中的星体相互绕转会向外辐射引力波, 从而损耗能量, 导致双星的轨道衰减及其周期变短。赫尔斯和泰勒通过长达三十年的对脉冲星 B1913+16 的观测, 发现该双星系统的轨道衰减与广义相对论的预言惊人地一致^[1]。该研究成果间接地证明了引力波的存在。1993 年的诺贝尔物理学奖颁发给了赫尔斯和泰勒以表彰他们在此方面的贡献。最近对双白矮星 ZTF J153932.16+502738.8 的轨道周期随时间衰减的观测结果进一步验证了广义相对论的四极辐射结果^[2]。

格斯滕斯坦与普托沃在 1962 年提出利用激光干涉仪来测量引力波^[3]。美国激光干涉仪引力波天文台 (LIGO) 于 2002 年建造完成, 并于 2004 年升级为高新 LIGO^[4-5]。2016 年 2 月 11 日, 美国 LIGO 及意大利的 Virgo 合作组宣布他们在 2015 年 9 月 14 日观测到了第一个引力波信号 GW150914^[6], 从而证实了引力波的存在, 为我们在强场及非线性区域研究引力本质开启了一扇全新的窗口。魏斯、巴里什和索恩因此获得了 2017 年诺贝尔物理学奖。LIGO 及 Virgo 合作组后来又陆续公布了 49 个引力波事件^[7-8], 特别是由双中子星并合而产生的引力波 GW170817 及其电磁对应体 GRB170817A 开启了多信使引力波天文学时代。

爱因斯坦广义相对论预言引力波是横波, 以光速传播, 具有两个偏振态, 最低阶的辐射是四极辐射。超越爱因斯坦广义相对论的修改引力理论中的引力波性质则可能完全不同。一般而言, 引力波的传播速度依赖于引力理论中的参数。与弱场情况下后牛顿参数类似, 我们总可以通过调节理论参数使得修改引力理论中的引力波速度接近光速。引力波辐射机制则依赖于引力波波形的精确测量。由于不同引力理论中的引力波偏振态不尽相同, 且引力波偏振态与理论参数无关, 它是引力理论的自身特性, 因此对引力波偏振态的测量将有助于甄别各种引力理论, 特别是进一步证实爱因斯坦的广义相对论。引力波的传播速度、偏振态及辐射机制这些基本特性是探究引力理论

的重要手段, 测量引力波的这些特性是未来引力波天文台的主要科学目标, 本文主要介绍引力波的性质及如何利用引力波来验证广义相对论。

2 爱因斯坦广义相对论

伽利略发现地面上物体的自由落体运动与物体的质量及属性无关, 此即为等效原理。牛顿把这种特性归结为引力的普适性, 并进一步提出了著名的平方反比万有引力定律用以解释开普勒发现的天体运动规律。由质量 (能量) 密度为 ρ 的非相对论性物质产生的牛顿引力势 ϕ 满足泊松方程

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G\rho, \quad (1)$$

式中 G 为万有引力常数。如果所有物体都遵循只依赖于它们的初始速度和位置的相同轨道, 而与它们的内部结构无关, 则我们很自然地把这个轨道与时空本身, 而不是依赖于物体性质的受力相联系。基于此, 爱因斯坦通过几何描述的方法提出了广义相对论, 即把引力效应等效为时空的弯曲。简言之, 大质量物体使时空“变形”, 其它物体 (检验粒子) 在这个弯曲的时空中沿着测地 (短程) 线运动。非相对性物质的质量密度 ρ 等于其能量-动量张量的分量 $T_{00} \approx \rho$ 。在弱的静场情况下, 引力势与度规相关联, $g_{00} \approx -1 + 2\phi$, 所以泊松方程 (1) 可以写成

$$\nabla^2 g_{00} = 8\pi G T_{00}. \quad (2)$$

相对性原理要求张量方程, 显然方程的右边应该推广成物质的能量-动量张量 $T_{\mu\nu}$, 方程的左边应该是由度规张量及其二阶导数构成的张量。在四维时空中, 由度规张量 $g_{\mu\nu}$ 及其一阶和二阶导数构造出来的且对二阶导数是线性的张量只有黎曼张量 $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ 。由能量-动量守恒可知, 爱因斯坦场方程左边的二阶张量必须满足守恒方程, 这个二阶张量只能是爱因斯坦张量。结合牛顿万有引力定律, 等效原理, 广义相对论原理及几何描述, 爱因斯坦在 1915 年底终于找到了正确描述引力场的方程

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (3)$$

爱因斯坦场方程描述了自旋为 2 的引力场所满足的张量方程。与胡克定律把力和弹性变形关联起来类似, 爱因斯坦场方程把质量 (能量) 和时空弯曲联系起来, 它是引力势 ϕ 所满足的泊松方程 (1) 的推广。另一方面, 我们可以利用里奇标量 R 构造

出引力作用量

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R \quad (4)$$

而推导出爱因斯坦场方程。

通过等效原理, 广义相对论包含了狭义相对论: 在局域惯性中, 引力效应被消除, 观测者看到的是狭义相对论物理, 光速是最大的速度, 质量和能量等效等。如果我们把等效原理应用到光上, 即把光看作粒子, 卡文迪许及索尔德纳认识到光也会受到引力作用而发生光线偏折。米切尔与拉普拉斯则预言了强引力场将束缚住光, 即光不能逃脱出这种强引力场的束缚, 产生这种强引力场的物体称为黑洞。在广义相对论中, 黑洞可以通过求解真空爱因斯坦场方程而得到。黑洞不仅仅是广义相对论中的数学解, 它也是真实存在的。彭罗斯于 1965 年证明了非球对称引力塌缩会形成黑洞, 该工作获得了 2020 年的诺贝尔物理学奖。

2.1 引力波及其产生

数学上, 引力波可以看成背景时空中的扰动。为了介绍方便, 这里只讨论在平直时空背景中传播的引力波, 时空度规可以表达成

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (5)$$

式中 $\eta_{\mu\nu}$ 代表平直背景时空 (无引力存在时) 的度规, $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ 代表引力波所引起的时空扰动。为了计算方便, 我们引入反迹变量

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (6)$$

并选取谐和坐标, 即横向规范 $\partial^\mu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$, 则在精确到 $h_{\mu\nu}$ 的一阶近似下, 爱因斯坦场方程可以写成

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -16\pi G \tau_{\mu\nu}, \quad (7)$$

式中 $\tau_{\mu\nu}$ 是包括引力波在内的系统总能量-动量张量,

$$\square = \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu = \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right), \quad (8)$$

其中光速 $c \approx 3 \times 10^8$ m/s。由此可见时空的扰动满足波动方程, 它是动力学可传播的, 其传播速度为光速, 这就是引力波。在远离源的地方, 一阶近似下我们得到最低价引力辐射的幅度^[9-10]

$$\begin{aligned} \bar{h}_{ij}(\vec{x}, t) &= \frac{4G}{R} \int d^3y T^{ij}(\vec{y}, t-R) \\ &= \frac{2G}{R} \ddot{D}_{ij}(t-R), \end{aligned} \quad (9)$$

这里我们选取光速 $c = 1$, 物质源的四极矩为

$$D^{ij}(t) = \int d^3x x^i x^j T^{00}(\vec{x}, t), \quad (10)$$

此即著名的四极矩公式。

2.2 引力波自由度

在无穷小坐标变换 $x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \epsilon^\mu$ 下,

$$\begin{aligned} h'_{\mu\nu} &= h_{\mu\nu} - \partial_\mu \epsilon_\nu - \partial_\nu \epsilon_\mu, \\ h'^{\mu\nu} &= h^{\mu\nu} - \epsilon'^\mu{}_{,\lambda} \eta^{\lambda\nu} - \epsilon'^\nu{}_{,\lambda} \eta^{\lambda\mu}, \\ \bar{h}'^{\mu\nu} &= \bar{h}^{\mu\nu} - \partial^\nu \epsilon^\mu - \partial^\mu \epsilon^\nu + \eta^{\mu\nu} \partial_\alpha \epsilon^\alpha. \end{aligned} \quad (11)$$

上述坐标变换可以帮助我们消除度规中的 4 个非物理自由度。例如, 如果做坐标变换使得 ϵ^μ 满足

$$\square^2 \epsilon_\nu = h'_{\nu,\mu} - \frac{1}{2} h'_{\mu,\nu} = \bar{h}'_{\mu,\nu}, \quad (12)$$

则在新的坐标系下 $\bar{h}'^{\mu\nu}$ 满足谐和坐标条件。注意与电磁场中的洛伦兹规范条件类似, 谐和坐标条件并没有完全固定坐标自由度, 它还遗留一个满足齐次方程 $\square^2 \xi_\mu = 0$ 的解的残存自由度, 这个残存自由度可以进一步消除非物理的自由度。

为了方便讨论引力波自由度, 我们把度规扰动作如下分解^[11]

$$\begin{aligned} h_u &= 2\phi, \quad h_{ii} = \bar{h}_{ii} = \beta_i + \partial_i \gamma, \quad \bar{h}_{uu} = \frac{1}{2} H + \phi, \\ h_{ij} &= h_{ij}^{TT} + \frac{1}{3} H \delta_{ij} + \partial_{(i\sigma_j)} + (\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2) \lambda, \\ \bar{h}_{ij} &= h_{ij}^{TT} + \delta_{ij} (\phi - \frac{1}{6} H) \\ &\quad + \partial_{(i\sigma_j)} + (\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2) \lambda, \end{aligned} \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} \partial_i \beta_i &= 0, \quad \partial_i \sigma_i = 0, \quad \partial_i h_{ij}^{TT} = 0, \\ \delta_{ij} h_{ij}^{TT} &= 0, \quad h = H - 2\phi. \end{aligned}$$

根据这些量的坐标变换性质, 我们可以定义如下规范不变量

$$\begin{aligned} \Phi &= -\phi + \dot{\gamma} - \frac{1}{2} \ddot{\lambda}, \quad \Theta = \frac{1}{3} (H - \nabla^2 \lambda), \\ \Xi_i &= \beta_i - \frac{1}{2} \dot{\sigma}_i, \quad \partial_i \Xi_i = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

来描述度规扰动的 6 个物理自由度。类似地, 我们把能量-动量张量分解成

$$\begin{aligned} T_u &= \rho, \quad T_{ii} = S_i + \partial_i S, \\ T_{ij} &= \delta_{ij} P + \Pi_{ij} + \partial_{(i\Pi_j)} + (\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2) \Pi, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 S_i , Π_i 及 Π_{ij} 满足如下约束

$$\partial_i S_i = \partial_i \Pi_i = \partial_i \Pi_{ij} = \delta_{ij} \Pi_{ij} = 0.$$

利用上述规范不变量 (14), 爱因斯坦场方程可以写成如下方程^[12]

$$\nabla^2 \Theta = -8\pi G \rho, \quad \nabla^2 \Phi = 4\pi G (\rho + 3P - 3S),$$

$$\nabla^2 \Xi_i = -16\pi G S_i, \square^2 h_{ij}^{TT} = -16\pi G \Pi_{ij}. \quad (16)$$

由方程 (16) 可知, 标量场 Φ 与 Θ , 以及矢量场 Ξ_i 都不是可传播的, 只有横向无迹张量 h_{ij}^{TT} 是可传播的引力波自由度。选取横向无迹规范, 引力波两个独立自由度可以写成

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

其中第一列 (行) 代表时间分量, 第四列 (行) 代表引力波传播方向, 中间两列 (行) 代表垂直

引力波传播的方向。因此广义相对论中的引力波只有两种极化模式, 分别由 h_+ 和 h_\times 代表。

2.3 双星系统

对于由质量分别为 M_1 及 M_2 的两个天体组成的双星系统, 其运动可以等效为质量为 $\mu = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ 的单体绕该系统质心的转动, 它们的转动角速度为 $\Omega = \sqrt{GM/r^3}$, 这里 $M = M_1 + M_2$, r 为两个天体之间的距离。为了讨论方便, 我们取双星系统的轨道平面为 $x-y$ 平面, 则这个双星系统辐射的沿 z 方向传播的引力波波形为

$$h_{ij}^{TT}(t, \vec{x}) = \frac{4G\mu}{R} \Omega^2 r^2 \cdot \begin{pmatrix} \cos 2\Omega(t-R) & \sin 2\Omega(t-R) & 0 \\ \sin 2\Omega(t-R) & -\cos 2\Omega(t-R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

式中 $R = z$ 。公式 (18) 告诉我们双星系统辐射的引力波频率 $\omega = 2\Omega$ 是双星系统轨道运动频率的 2 倍, 其幅度为 $h(t) = 4G^{\frac{5}{3}} \mu (\Omega M)^{\frac{2}{3}} / R$ 。另外, 计算表明双星辐射的引力波功率为

$$P_{\text{rad}} = \frac{dE^{GW}}{dt} = -\frac{32}{5} G^{\frac{7}{3}} (\mu^3 M^2)^{\frac{2}{3}} \Omega^{\frac{10}{3}}. \quad (19)$$

考虑轨道的偏心率 e , 则辐射功率为

$$P_{\text{rad}} = -\frac{32}{5} \frac{1 + 73e^2/24 + 37e^4/96}{(1 - e^2)^{7/2}} G^{\frac{7}{3}} (\mu^3 M^2)^{\frac{2}{3}} \Omega^{\frac{10}{3}}.$$

辐射引力波将导致双星系统的能量减少,

$$E^{\text{orb}} = -\frac{1}{2} \frac{G\mu M}{r}. \quad (20)$$

根据能量守恒

$$\frac{dE^{\text{orb}}}{dt} + \frac{dE^{GW}}{dt} = 0, \quad (21)$$

我们可以得到双星系统轨道运动角频率随时间的变化率

$$\dot{\Omega}^3 = \left(\frac{96}{5}\right)^3 \Omega^{11} G^5 \mu^3 M^2 = \left(\frac{96}{5}\right)^3 \Omega^{11} (GM)^5, \quad (22)$$

式中啁啾 (chirp) 质量 $\mathcal{M} = (\mu^3 M^2)^{\frac{1}{5}}$ 。双脉冲星 B1913+16 的观测结果证实了上述由于辐射引力波而导致轨道周期变小的效应^[1]。最近对轨道周期为 6.91 min 的双白矮星 ZTF J153932.16+502738.8 的轨道衰减观测结果更加精确地验证了爱因斯坦

广义相对论的预言^[2]。求解方程 (22) 可得双星系统辐射的引力波频率

$$f(t) = \frac{1}{8\pi G\mathcal{M}} \left(\frac{5GM}{t-t_c}\right)^{\frac{3}{8}}, \quad (23)$$

式中 t_c 为并合时刻。注意上述推导过程只适用于双星绕转阶段, 这个时候我们可以用牛顿力学近似描述轨道运动。在并合阶段, 引力相互作用很强, 我们需要借助数值相对论求解爱因斯坦场方程。在稳态相位近似下, 频率空间中引力波的幅度可以表达成

$$A(f) = \frac{h(t)}{2\sqrt{f}} = \left(\frac{5}{24}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\pi^{\frac{2}{3}} R} (GM)^{\frac{5}{6}} f^{-\frac{7}{6}}. \quad (24)$$

对于在宇宙空间中传播的引力波, 式中的距离 R 应该用亮度距离 d_L 。对于修改引力理论中的引力波波形, 我们可以引入如下参数化形式

$$h(f) = h^{GR} (1 + \alpha u^a) e^{i\beta u^b}, \quad (25)$$

式中 $u = (2\pi M f)^{\frac{1}{3}}$, α 、 β 、 a 及 b 为表征不同引力理论的参数。

2.4 黑洞物理

真空爱因斯坦方程的静态球对称解是史瓦西解,

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (26)$$

通过对史瓦西时空的因果结构的研究,人们发现 $r = 2GM$ 这个曲面非常特别,任何物质穿过它就再也不可能出来。这样的类光超曲面被称为事件视界。对于无穷远处的观察者来说,物质(包括光)一旦穿过事件视界,将无法被观察到。因此,时

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{\Sigma}\right)dt^2 - \frac{4GMa\sin^2\theta}{\Sigma}dt d\phi + \frac{\Sigma}{\Delta}dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \frac{\sin^2\theta}{\Sigma}[(r^2 + a^2)^2 - a^2\Delta\sin^2\theta]d\phi^2, \quad (27)$$

式中 $\Sigma = r^2 + a^2\cos^2\theta$, $\Delta = r^2 - 2GMr + a^2$ 。克尔解也是渐近平坦的,它具有时间平移和轴向转动两个对称性,相应的渐近守恒荷分别为转动黑洞的质量 M 和角动量 $J = Ma$ 。自然界中天体外部时空通常被认为是由克尔解描述。在零角动量极限下,克尔解退化为史瓦西解。物理上人们比较感兴趣的真空黑洞解通常是稳定、渐近平坦且事件视界外无奇点的,这些黑洞解被两个参数(质量和角动量)完全决定。这通常被称为黑洞无毛定理。在有电磁场或者其它无质量场的情况下,可能会有其它类型的毛,比如电荷等等。但是,一般情况下,只需要有限个参数来描述黑洞。引力波的探测可以用来检验黑洞“无毛”定理。通常认为,在每个星系中心一般都有一个超大质量的克尔黑洞,来自事件视界望远镜计划的科学家于2019年4月10日宣布看到了星系 M87 中心大质量的黑洞,这是人类第一次直接“看到”了黑洞。

3 引力波的偏振态

类似电磁场的偏振方向是利用检验正电荷在电场中的运动来描述,我们可以考虑检验粒子在引力场中的运动来定义引力波的偏振态。由于整个探测器在引力场中自由下落,根据等效原理,引力波探测器将不会对引力波做出反应,即单个检验粒子的自由落体运动不能用来检验引力波及描述引力波偏振态,所以引力的可观测效应只能在潮汐力中体现出来。我们需要考虑两个相邻的自由下落粒子的相对加速度,即考虑引力的潮汐力。为此,我们利用测地线偏离方程

$$\frac{D^2}{D\tau^2}\delta x^\lambda = -R^\lambda_{\mu\nu\rho}\delta x^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau}, \quad (28)$$

在观测者所处的局域惯性坐标系(沿着第一个检验粒子的测地线运动的坐标系)中,两个做自由落体运动的相邻检验粒子之间的距离满足方程

空中与无穷远处完全因果分离的区域就被称为黑洞。

史瓦西解只有一个自由参数 M , 被解释为黑洞的质量。克尔(Kerr)于1963年发现了一个稳态轴对称的真空解

(这里我们用 x^i 替代 δx^i)

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -R_{i0j0}x^j. \quad (29)$$

注意在线性近似下 R_{i0j0} 是规范不变量,因此我们可以利用测地线偏离方程来定义引力波偏振态。通常我们把检验粒子放在一个球面上,用这个球面上的检验粒子在引力波作用下的运动来定义引力波偏振态。在一般的度规引力理论中, $h_{\mu\nu}$ 可能有多于两个的独立波动自由度,因而 R_{i0j0} 的独立自由度可能多于两个,反映到测地线偏离方程上,则说明可能有多个偏振模式。由于对称性, R_{i0j0} 最多有6个独立变量。根据方程(29),我们可以定义6种基本偏振模式^[11, 13-14]:

$$(1) \text{ “+” 模式: } \hat{P}_+ = -R_{x0x0} + R_{y0y0} = \frac{1}{2}(h_{xx,00} - h_{yy,00});$$

$$(2) \text{ “×” 模式: } \hat{P}_\times = 2R_{xy00} = -h_{xy,00};$$

$$(3) \text{ 呼吸模式: } \hat{P}_b = R_{x0x0} + R_{y0y0} = \frac{1}{2}(h_{xx,00} + h_{yy,00});$$

$$(4) \text{ 矢量-x 模式: } \hat{P}_x = R_{x0z0} = \frac{1}{2}(h_{x0,0z} - h_{xz,00});$$

$$(5) \text{ 矢量-y 模式: } \hat{P}_y = R_{y0z0} = \frac{1}{2}(h_{y0,0z} - h_{yz,00});$$

$$(6) \text{ 纵振模式: } \hat{P}_l = R_{z0z0} = -\frac{1}{2}(h_{00,zz} + h_{zz,00} - 2h_{0z,0z}).$$

为了更直观地理解引力波的上述偏振态,我们考虑球面上的自由下落的检验粒子在沿 z 方向传播的引力波的作用下的相对运动,如图1-3所示。以上便是一般的度规引力理论中所包含的6种基本偏振模式,但在具体的引力理论中,其偏振模式可能包含上述6种模式的某几种,或包含由它们组合形成的混合模式^[15-18]。广义相对论只存在图1中的“+”偏振态 $\hat{P}_+ = h_{+,00}$ 与“×”偏振态 $\hat{P}_\times = h_{\times,00}$ 。

对于 Brans-Dicke 理论

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \left[\varphi R - \chi (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi / \varphi) \right], \quad (30)$$

其引力波偏振态除了“+”模式与“×”模式外,

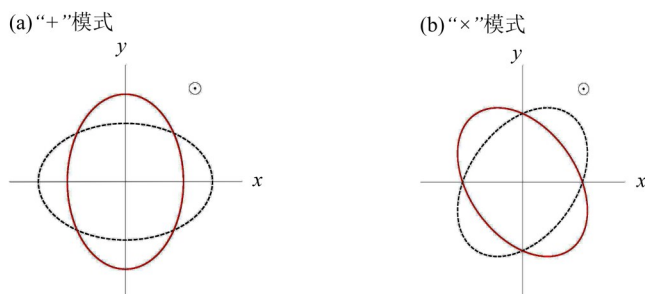


图 1 球面上的检验粒子在“+”模式与“x”模式引力波作用下的位移示意图

Fig. 1 The displacement of test particles on a sphere caused by gravitational waves (GWs) with the "+" (a) and "x" (b) polarizations

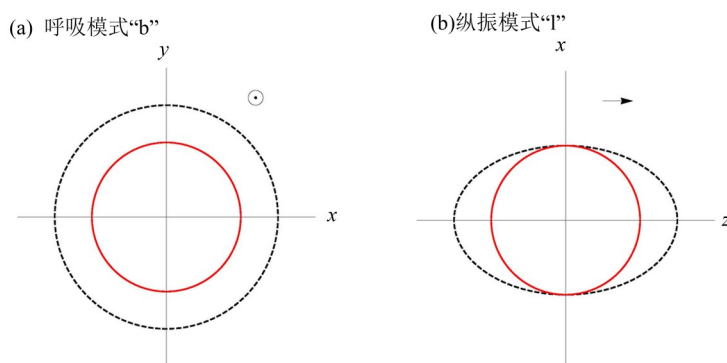


图 2 球面上的检验粒子在呼吸模式与纵振模式引力波作用下的位移示意图

Fig. 2 The displacement of test particles on a sphere caused by GWs with the breathing (a) and longitudinal (b) polarizations

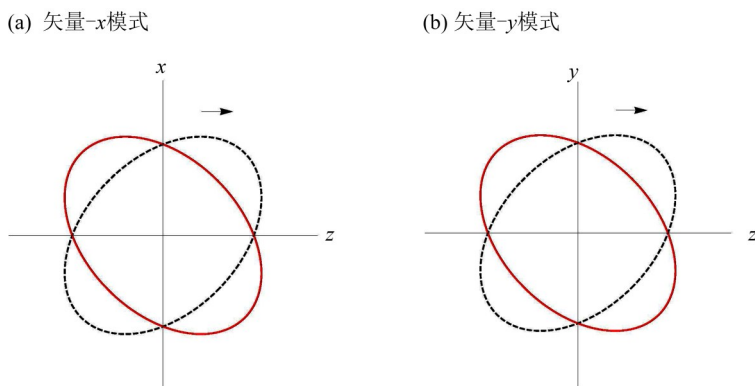


图 3 球面上的检验粒子在矢量-x与矢量-y模式引力波作用下的位移示意图

Fig. 3 The displacement of test particles on a sphere caused by GWs with the vector-x (a) and vector-y (b) polarizations

还存在一个呼吸模式。另外, Brans-Dicke 理论除了四极辐射外, 还有偶极辐射, 这个偶极辐射会影响双星系统周期变化率。

对于 $f(R)$ 理论

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R), \quad (31)$$

其引力波偏振态除了“+”模式与“x”模式外, 还存在一个呼吸模与纵模构成的混合单态^[15]。

爱因斯坦广义相对论在过去 100 年来经历了各

种弱引力环境下的经典检验, 这些经典检验同时对各种修改引力理论也做出很强的限制。前面的讨论告诉我们修改引力与爱因斯坦广义相对论的最大区别在于额外引力波偏振态的存在, 因此对引力波偏振态及额外辐射机制的测量可以用来甄别引力理论。为了讨论引力波偏振态的测量, 我们首先研究引力波探测器对不同偏振态的响应。本节我们主要讨论无空腔的激光干涉仪引力波天线对引力波偏振态的响应。

利用极化张量, 任意引力波信号可写成 $h_{ij} = \sum_A h^A(t) \epsilon_{ij}^A$, 这里 $A = +, \times, x, y, b, l$ 代表了 6 个可能的偏振态。这个引力波在探测器中测量到的信号为

$$s(t) = \sum_A F^A h_A(t), \quad (32)$$

式中 F^A 是探测器对偏振态 A 的响应函数

$$T(f, \hat{u} \cdot \hat{\omega}) = \frac{1}{2} \left\{ \text{sinc} \left[\frac{f}{2f^*} (1 - \hat{u} \cdot \hat{\omega}) \right] \times \exp \left[-i \frac{f}{2f^*} (3 + \hat{u} \cdot \hat{\omega}) \right] + \text{sinc} \left[\frac{f}{2f^*} (1 + \hat{u} \cdot \hat{\omega}) \right] \times \exp \left[-i \frac{f}{2f^*} (1 + \hat{u} \cdot \hat{\omega}) \right] \right\}, \quad (35)$$

其中函数 $\text{sinc}(x) = (\sin x)/x$, $f^* = c/(2\pi L)$ 是探测器特征频率, L 是探测器的臂长。对于低频引力波, $f \leq f^*$, $T(f, \hat{u} \cdot \hat{\omega}) \rightarrow 1$ 。如果探测器位于坐标原

$$F^A = D^{ij} e_{ij}^A. \quad (33)$$

探测器张量 D^{ij} 为

$$D^{ij} = \frac{1}{2} \left[\hat{u}^i \hat{u}^j T(f, \hat{u} \cdot \hat{\omega}) - \hat{v}^i \hat{v}^j T(f, \hat{v} \cdot \hat{\omega}) \right], \quad (34)$$

其中 $\hat{\omega}$ 为引力波的传播方向, \hat{u} 与 \hat{v} 是沿探测器两臂的单位矢量, 函数 $T(f, \hat{u} \cdot \hat{\omega})$ 为^[19-20]

点, 而且两臂分别指向 $\hat{u} = x$ 和 $\hat{v} = y$ 方向, 则对于每个偏振模式, 其对应的响应函数分别为

$$\begin{aligned} F^+ &= \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \cos 2\phi \cos 2\Psi - \cos \theta \sin 2\phi \sin 2\Psi, & F^\times &= -\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \cos 2\phi \sin 2\Psi - \cos \theta \sin 2\phi \cos 2\Psi, \\ F^y &= \sin \theta (-\sin 2\phi \sin \Psi + \cos \theta \cos 2\phi \cos \Psi), & F^x &= \sin \theta (\sin 2\phi \cos \Psi + \cos \theta \cos 2\phi \sin \Psi), \\ F^b &= \frac{1}{2} \cos 2\phi \sin^2 \theta, & F^l &= -\frac{1}{2} \cos 2\phi \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (36)$$

这些结果见图 4。如图 4 所示, 不同偏振态在探测器中的响应不同, 因此可以被区分。因为呼吸模式和纵振模式的探测器响应函数仅差一个负号, 所以低频情况下, 传统的两臂互相垂直的激光干涉仪无法区分这两种模式。对于高频情况, L 是频

率的函数。由于引力波来自各个方向, 我们可以研究对所有方向及偏振角求平均后的响应函数

$$R_A(f) = \frac{1}{8\pi^2} \iint |F^A|^2 d\Omega d\Psi. \quad (37)$$

不同偏振态响应函数的结果为^[21-22]

$$\begin{aligned} 2u^2 R_+(f) &= 2u^2 R_\times(f) = \frac{3 - \cos \gamma}{12} + \frac{-1 + \cos \gamma}{u^2} \\ &+ 2\sin^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \left\{ \text{Ci} \left[2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right] - \ln \left(\sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) - \text{Ci}(2u) \right\} + \frac{1}{8u^2} \left[1 + \csc^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right] \cos \left[2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right] \\ &+ \sin \left[2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right] \left[\frac{-3 + \cos \gamma}{32u^3} + \frac{-21 + 28\cos \gamma - 7\cos(2\gamma)}{32u} \right] \csc^3 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \\ &+ \sin(2u) \cdot \left\{ \left(\frac{1}{u} + \frac{2}{u^3} \right) \sin^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \cdot \left[2\text{Si}(2u) - \text{Si} \left(2u + 2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) - \text{Si} \left(2u - 2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \right\} \\ &+ \left\{ \cos^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \left[2\text{Ci}(2u) + \ln \left(\cos^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] - \text{Ci} \left(2u + 2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) - \text{Ci} \left(2u - 2u \sin \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) \right\} \\ &+ \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{u^2} \right) \sin^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) \cos(2u), \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
2u^2 R_x(f) = 2u^2 R_y(f) = & -4 + \frac{4\cos\gamma}{3} + \frac{4 - 4\cos\gamma}{u^2} + 2\left\{\gamma_E - \text{Ci}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \ln\left(2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right)\right\} \\
& - \frac{1 + \csc^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{2u^2} \cos\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \sin\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \csc^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \left[\frac{7 - 8\cos\gamma + \cos(2\gamma)}{8u} + \frac{3 - \cos\gamma}{8u^3}\right] \\
& + \sin(2u) \left\{\left(\frac{4}{u} - \frac{8}{u^3}\right) \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \text{Si}\left[2u + 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] - 2\text{Si}(2u) + \text{Si}\left[2u - 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\right\} + \cos(2u) \\
& \cdot \left\{\left(\frac{8}{u^2} - \frac{8}{3}\right) \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) - 2\text{Ci}(2u) + \text{Ci}\left[2u + 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \text{Ci}\left[2u - 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] - \ln\left[\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\right\},
\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
u^2 R^b = & \frac{3 - \cos\gamma}{12} + \frac{-1 + \cos\gamma}{u^2} + \sin(2u) \left(\frac{2}{u^3} - \frac{1}{u}\right) \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \csc^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\
& \cdot \left[\frac{\cos\gamma - 3}{32u^3} + \frac{3 - 4\cos\gamma + \cos(2\gamma)}{32u}\right] + \cos(2u) \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{u^2}\right) \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \cos\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \frac{1 + \csc^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{8u^2},
\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}
u^2 R^l = & \frac{13}{8} - \frac{7\cos\gamma}{12} + \frac{-1 + \cos\gamma}{u^2} + \frac{u}{4} \text{Si}(2u) + \left[-\frac{7}{8} + \frac{\cos\gamma}{4} + \frac{1}{8} \csc^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \left[\gamma_E - \text{Ci}(2u) + \ln(2u)\right] \\
& - \frac{1}{4} \left\{\gamma_E - \text{Ci}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \ln\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\right\} \csc^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{1 + \csc^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{8u^2} \cos\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \\
& + \sin\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \csc^3\left(\frac{\gamma}{2}\right) \left[\frac{-3 + \cos\gamma}{32u^3} + \frac{-5 + 4\cos\gamma + \cos(2\gamma)}{32u}\right] \\
& + \frac{1}{2} \cos\gamma \cot^2\gamma \left[\sin\left(2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right)\right] \left\{\text{Si}\left[2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \text{Si}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - 2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\right\} \\
& - \text{Si}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) + 2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] - \text{Si}\left[2u\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \cos\left[2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \left\{\text{Ci}\left[2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \text{Ci}\left[2u\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\right\} \\
& - \text{Ci}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - 2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] - \text{Ci}\left[2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) + 2u\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + \frac{\sec^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{16} \left\{\left(\frac{8}{u^3} - \frac{8}{u}\right) \sin^2\gamma\right\} \\
& - 2\text{Si}\left[2u - 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] + [4 + \cos\gamma - \cos(2\gamma)] \text{Si}(2u) - 2\text{Si}\left[2u + 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \sin(2u) \\
& + \frac{\sec^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{16} \left\{\frac{10 + 3\cos\gamma - 7\cos(2\gamma)}{3} + \frac{-4 + 4\cos(2\gamma)}{u^2} - \gamma_E [\cos\gamma - \cos(2\gamma)]\right\} \\
& + [4 + \cos\gamma - \cos(2\gamma)] [\text{Ci}(2u) - \ln(2u)] - 2\text{Ci}\left[2u - 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] - 2\text{Ci}\left[2u + 2u\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \\
& + 4\ln\left[2u\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right] \cos(2u),
\end{aligned} \tag{41}$$

式中角度 γ 是两臂之间的夹角, γ_E 是欧拉常数, $u = 2\pi fL/c = f/f^*$, $\text{Si}(u)$ 是正弦积分函数, $\text{Ci}(u)$ 是

余弦积分函数。利用这些表达式 (38) ~ (41), 我们把这些平均响应函数显示在图 5 中。在下 x 轴

中, 选择变量 $a = 2\pi/L/c$ 并取两臂夹角 $\gamma = \pi/3$ 。图中虚线显示这些响应函数的高频的渐近行为。在上 x 轴中, 我们把上述结果应用到天琴探测器中, 其中天琴臂长 $L = \sqrt{3} \times 10^8$ m, 两臂夹角 $\gamma = \pi/3$ 。

如图 5 所示, 呼吸模和纵模的高频响应不同, 所以在这个频段它们是可以区分的。对于空间引力波探测, 保持臂长不变是非常困难的, 为此而发明了时间延迟干涉技术^[23-24], 关于这个技术的响应函数, 可以参考文献^[25]的讨论。

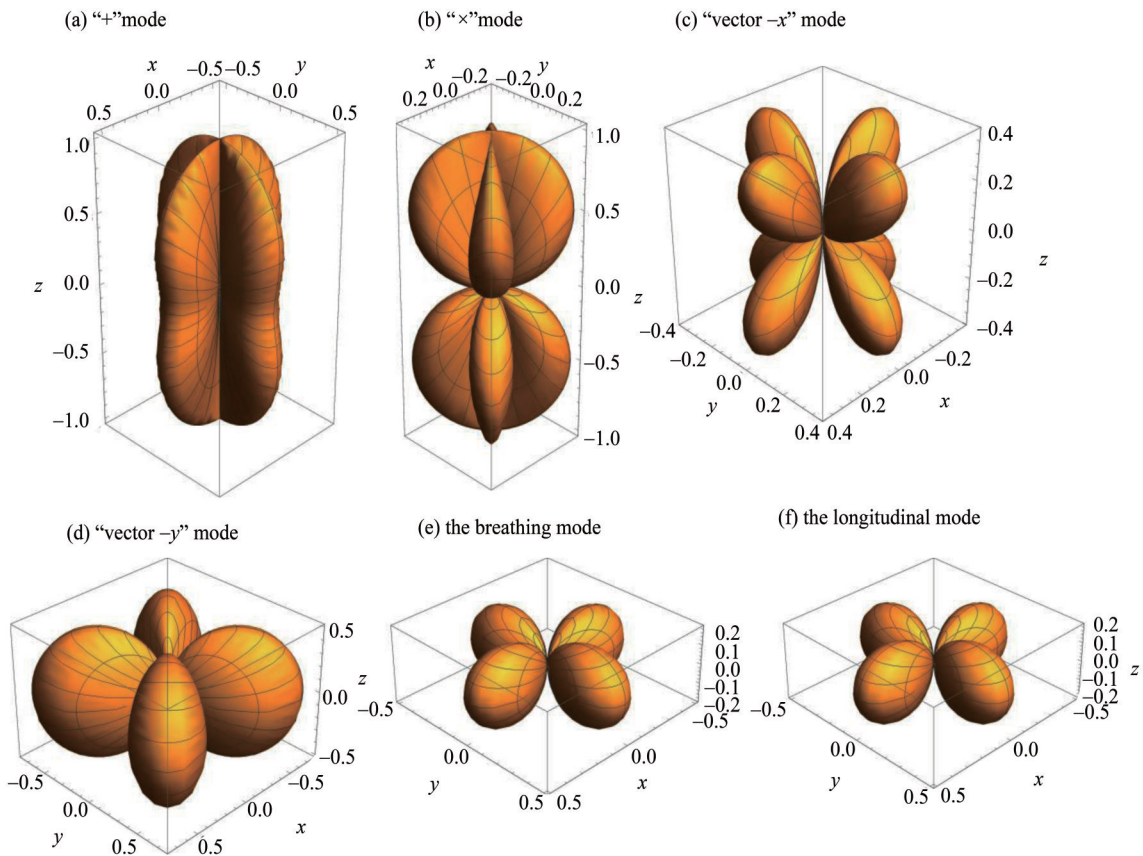


图 4 探测器对不同偏振态响应的角分布图

Fig. 4 The averaged angular response of detector with different polarizations

4 引力波对引力理论的检验

地面或空间引力波干涉仪主要探测像白矮星、中子星及黑洞这种具有很强引力系统的并合所产生的引力波, 所以引力波的传播速度, 偏振态及辐射机制等的测量可以在强场条件下验证爱因斯坦广义相对论。如果我们测量到“+”和“x”模式之外的额外偏振态, 则说明描述世界的引力理论不是广义相对论, 我们需要研究超越爱因斯坦广义相对论的新物理。所以引力波偏振态的测量对于探究引力本质尤为重要。

LIGO 及 Virgo 合作组通过对 200 颗已知脉冲星的连续引力波信号的搜寻, 目前并没有发现任何

引力波偏振信号, 他们并且给出在 95% 置信度上, 矢量及标量引力波的强度 h 应小于 1.5×10^{-26} ^[26]。在随机引力波背景信号测量方面, 他们给出的限制为在 95% 置信度上, 张量密度 $\Omega^T < 5.58 \times 10^{-8}$, 矢量密度 $\Omega^V < 6.35 \times 10^{-8}$, 标量密度 $\Omega^S < 1.08 \times 10^{-7}$ ^[27]。LIGO/Virgo 合作组利用观测到的 10 个双黑洞并合及 1 个双中子星并合事件发现观测结果则更倾向于纯张量引力波, 而非纯矢量及纯标量引力波^[7-8], 特别是双中子并合事件由于对源的精确定位, 纯张量模式比纯矢量模式的贝叶斯因子高 10^{20} , 纯张量模式比纯标量模式的贝叶斯因子高 10^{23} ^[28]。

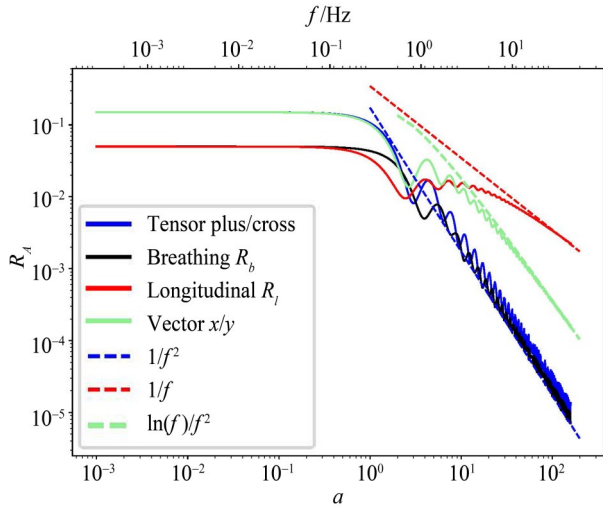


图 5 不同极化的平均响应函数

Fig. 5 The averaged antenna response functions for different polarizations

要测量并合所产生的短暂引力波的 6 个可能偏振态, 我们需要 6 个探测器。目前地面探测器只有三个, 还不能有效地用来测量引力波偏振态。对于连续引力波源, 原则上地球的转动可以把一个探测器等效为多个探测器。但是目前地面探测器能够探测到的恒星级质量双黑洞、双中子星并合前的绕转连续信号处于低频区间, 地面探测器无法测量到这些连续信号, 从而无法用来测量引力波偏振态。空间引力波探测器由于其灵敏度更高, 可以探测到更远的源, 特别是可以测量到双星并合前很多年旋近时所发出的连续信号, 而且空间引力波干涉仪由于其探测器轨道运动可以等效为多个探测器, 所以空间引力波干涉仪可以用来测量引力波偏振态。图 6 显示了几个不同质量的双黑洞系统在红移 $z = 3$ 处所产生的引力波信号。

如果我们能够同时观测到引力波辐射及电磁辐射, 如双中子星的合并, 则我们可以直接测量引力波速度。双中子星并合事件 GW170817 及伽马暴事件 GRB170817A 的测量结果给出 $-3 \times 10^{-15} \leq (v_g - c)/c \leq +7 \times 10^{-16}$ [31]。另外, 由于额外维对电磁波和引力波传播路径的影响, 引力波也可以用来探究额外维, GW170817 的结果并没有发现额外维的存在 [28]。对于有质量引力理论, 引力波传播速度为

$$\frac{v_g}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_g c^2}{hf}\right)^2}, \quad (42)$$

式中 h 为普朗克常数, f 为引力波频率。所以频率

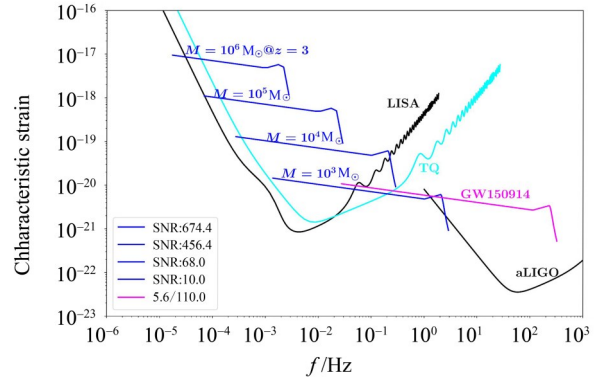


图 6 在红移 $z = 3$ 处不同质量的双黑洞系统并合前 1 年旋近、并合及铃宕的引力波信号 (红点代表距离地球 50 kpc 处质量为 $0.5 M_\odot$ 的双致密星系统所产生的连续引力波信号, 其他为空间引力波天文台 LISA^[29] 及天琴^[30] 与地面高级 LIGO^[4-5] 的灵敏度曲线

以及上述引力波信号在天琴引力波探测器上的信噪比)

Fig. 6 Examples of different GW sources

located at $z = 3$

(The red point labels the GW signal of massive binary system with $0.5 M_\odot$ and 50 kpc from the earth.

The figure also shows the sensitivities and SNR of LISA^[29], TianQin^[30] and advanced LIGO^[4-5])

越高的引力波其传播速度越大, 对于双星系统并合所辐射的引力波, 其频率随时间增加, 尽管高频引力波在更晚的时间被辐射, 但由于其传播速度更大, 这样一来高频部分可能比低频部分先到达探测器, 这种现象也称为 dephasing 现象, 通过对引力波波形相位的精确测量我们可以限制引力子质量。LIGO/Virgo 合作组利用最新观测到的 39 个引力波事件给出的测量结果为 $m_g \leq 1.76 \times 10^{-23} \text{eV}/c^2$ [32-33], 而只利用双中子星并合事件 GW170817 给出的限制为 $m_g \leq 9.51 \times 10^{-22} \text{eV}/c^2$ [28]。这种 dephasing 方法也可以用来讨论破坏洛伦兹对称性的更一般的色散关系 [34]

$$E^2 = p^2 c^2 + m_g^2 c^4 + A p^\alpha c^\alpha, \quad (43)$$

其中引力波能量 $E = hf$, 最后一项破坏了洛伦兹对称性, 它可能来自量子引力效应。LIGO/Virgo 合作组发现爱因斯坦广义相对论和观测结果一致 [32-33]。

额外的辐射机制如偶极辐射会影响轨道周期的衰减及引力波波形, 通过对轨道周期变化的长期观测或引力波波形的精确测量, 我们也可以测

量修改引力效应。LIGO/Virgo 合作组通过参数化波形及考虑偶极辐射修正等并没有发现修改引力效应。

极端质量比系统由一个恒星级质量致密天体绕一个超大质量黑洞旋近, 这种旋近时间远大于空间引力波探测器的寿命, 旋近阶段能辐射出包含很多个周期的连续引力波信号。由于恒星级质量致密天体可以看成是用来探测超大质量黑洞时空结构的检验粒子, 它可以用来检验黑洞无毛定理。另外, 双星系统并合后会达到一个最终的结构, 并合阶段会辐射引力波铃宕信号。由于铃宕阶段高度变形的残余物会辐射掉所有额外的自由度, 这些铃宕信号也包含了黑洞无毛定理是否成立的重要信息。它可以用来验证黑洞无毛定理, 从而验证爱因斯坦广义相对论或者探究超越爱因斯坦广义相对论的引力理论。引力波铃宕信号通常是多个准正则模式的叠加, 每个准正则模式频率是一个复频率

$$\omega_{nlm} = f_{nlm} + i/\tau_{nlm}, \quad (44)$$

式中 n, l, m 是描述单个模式的一组量子数, 实部 f_{nlm} 和虚部 $1/\tau_{nlm}$ 分别对应相应模式的物理震荡频率和振幅随时间的衰减。在无毛定理成立的情况下, 它们应该完全由质量和角动量两个参数决定。在更一般的情况下, 它们和相应星体的参数密切相关。尽管在一般情形下, 这些特征准正则频率很难有解析的结果, 它们可以通过数值求解。实验上, 通过测量多个准正则模式频率即可对无毛定理进行检验^[35-37]。

前面讨论中已经提到我们可能同时观测到引力波及电磁信号, 如 GW170817, 这种信号不仅带来了多信使天文学时代, 而且可以作为标准汽笛用来测量宇宙学参数及研究宇宙的演化。另一方面, 如图 6 所示, 类似 GW150914 那样的信号在并合前很多年的绕转阶段所辐射的引力波可以被空间引力波干涉仪测量到, 所以空间引力波探测器可以联合地面引力探测器进行多波段的观测, 从而更加精确及严格地检验引力理论。

参考文献:

[1] HULSE R A, TAYLOR J H. Discovery of a pulsar in a binary system [J]. *Astrophysical Journal*, 1975, 195:

总之, 相比于地面引力波探测器, 空间引力波探测器灵敏度更高, 可以探测到双星并合前很多年旋近时所发出的连续信号, 极端质量比旋近及铃宕信号, 所以空间引力波观测台在测量引力波偏振、限制引力子质量及检验引力波色散关系、探测额外辐射机制及检验黑洞无毛定理等方面都具有独特的优势, 为在强场条件下进一步验证广义相对论及探究引力本质提供了全新的手段。

5 结 论

引力子是否具有质量, 引力波传播是否破坏洛伦兹对称性, 引力波是否存在额外偏振态及额外辐射机制, 双星系统的旋近、并合及铃宕波形是否符合爱因斯坦广义相对论预计的结果, 黑洞无毛定理是否成立, 这是空间引力波探测器要回答的重要科学问题。这些问题的回答有助于帮助我们在强场条件及高度非线性区域验证广义相对论, 或者探究广义相对论不成立的边界, 从而最终帮助我们理解引力的最本质特征甚至量子效应。

空间引力波探测器由于其灵敏度更高, 所以它可以探测到更远的源。这些引力波源在空间引力波天文台所探测的低频波段中持续的时间很长, 特别是双星并合前很多年的旋近或连续信号可以用来精确确定引力波源及其环境信息, 从而确定引力波的色散关系、辐射机制及偏振态。如果我们测量到除“+”和“×”两种偏振态之外的额外偏振态, 或者测量到非光速传播的引力波, 或者探究到非同寻常的色散关系, 则说明超越爱因斯坦广义相对论的新物理的存在。所以引力波偏振态的测量可以用来探究引力的本质。

另外, 空间引力波探测器可以测量到极端质量比双星系统旋近阶段成千上万个周期的引力波信号以及双星系统并合后的铃宕信号, 从而检验黑洞无毛定理及引力理论。总之, 空间引力波天文台在解决上述科学问题及探究引力本质方面具有其独特优势。

L51-L53.

[2] BURDGE K B, COUGHLIN M W, FULLER J, et al.

- General relativistic orbital decay in a seven-minute-orbital-period eclipsing binary system [J]. *Nature*, 2019, 571:528-531.
- [3] GERTSENSHTEIN M E, PUSTOVOIT V I. On the detection of low frequency gravitational waves [J]. *Soviet Physics JETP*, 1962, 16:433-435.
- [4] HARRY G M. Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2010, 27:084006.
- [5] AASI J, ABBOTT B P, ABBOTT R, et al (LIGO Scientific). Advanced LIGO [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2015, 32:074001.
- [6] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116:061102.
- [7] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). GWTC-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by LIGO and VIRGO during the first and second observing runs [J]. *Physical Review X*, 2019, 9:031040.
- [8] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). GWTC-2: compact binary coalescences observed by LIGO and VIRGO during the first half of the third observing run [EB/OL]. <https://arxiv.org/abs/2010.14527>.
- [9] PETERS P C, MATHEWS J. Gravitational radiation from point masses in a Keplerian orbit [J]. *Physical Review*, 1963, 131(1):435-440.
- [10] EPSTEIN R, WAGONER R V. Post-Newtonian generation of gravitational waves [J]. *The Astrophysical Journal*, 1975, 197:717-723.
- [11] 郜青, 龚云贵, 梁迪聪. 引力波偏振 [J]. *科学通报*, 2018, 63(9):801-815.
- GAO Q, GONG Y G, LIANG D C. The polarizations of gravitational waves [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2018, 63(9):801-815.
- [12] FLANAGAN E E, HUGHES S A. The basics of gravitational wave theory [J]. *New Journal of Physics*, 2005, 7:204.
- [13] NEWMAN E, PENROSE R. An approach to gravitational radiation by a method of spin coefficients [J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1962, 3 (3) : 566-578.
- [14] EARDLEY D M, LEE D L, LIGHTMAN A P. Gravitational-Wave observations as a tool for testing relativistic gravity [J]. *Physical Review D*, 1973, 8 (10) : 3308-3321.
- [15] LIANG D, GONG Y, HOU S, et al. Polarizations of gravitational waves in f(R) gravity [J]. *Physical Review D*, 2017, 95:104034.
- [16] HOU S, GONG Y, LIU Y. Polarizations of gravitational waves in Horndeski theory [J]. *The European Physical Journal C*, 2018, 78:378.
- [17] GONG Y, HOU S, LIANG D, et al. Gravitational waves in Einstein-aether and generalized TeVeS theory after GW170817 [J]. *Physical Review D*, 2018, 97:084040.
- [18] GONG Y, HOU S, PAPANTONOPOULOS E, et al. Gravitational waves and the polarizations in Hořava gravity after GW170817 [J]. *Physical Review D*, 2018, 98:104017.
- [19] CORNISH N J, LARSON S L. Space missions to detect the cosmic gravitational-wave background [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2001, 18:3473-3495.
- [20] ESTABROOK F B, WAHLQUIST H D. Response of doppler spacecraft tracking to gravitational radiation [J]. *General Relativity and Gravitation*, 1975, 6: 439-447.
- [21] LIANG D, GONG Y, WEINSTEIN A J, et al. Frequency response of space-based interferometric gravitational-wave detectors [J]. *Physical Review D*, 2019, 99:104027.
- [22] ZHANG C, GAO Q, GONG Y, et al. Full analytical formulas for frequency response of space-based gravitational wave detectors [J]. *Physical Review D*, 2020, 101:124027.
- [23] TINTO M, ARMSTRONG J W. Cancellation of laser noise in an unequal-arm interferometer detector of gravitational radiation [J]. *Physical Review D*, 1999, 59: 102003.
- [24] ARMSTRONG J W, ESTABROOK F B, TINTO M. Time-Delay Interferometry for space-based gravitational wave searches [J]. *The Astrophysical Journal*,

- 1999, 527(2):814–826.
- [25] ZHANG C, GAO Q, GONG Y, et al. Frequency response of time–delay interferometry for space–based gravitational wave antenna [J]. *Physical Review D*, 2019, 100:064033.
- [26] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). First search for nontensorial gravitational waves from known pulsars [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120:031104.
- [27] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Search for tensor, vector, and scalar polarizations in the stochastic gravitational–wave background [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120:201102.
- [28] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Tests of general relativity with GW170817 [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123:011102.
- [29] DANZMANN K. LISA – an ESA cornerstone mission for a gravitational wave observatory [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 1997, 14(6):1399–1404.
- [30] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, et al. TianQin: a space–borne gravitational wave detector [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3):035010.
- [31] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Gravitational waves and gamma–rays from a binary neutron star merger: GW170817 and GRB 170817A [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2017, 848(2):L13.
- [32] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Tests of general relativity with the binary black hole signals from the LIGO–Virgo catalog GWTC–1 [J]. *Physical Review D*, 2019, 100:104036.
- [33] ABBOTT R, ABBOTT T D, ABRAHAM S, et al (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Tests of general relativity with binary black holes from the second LIGO–Virgo gravitational–wave transient catalog [EB/OL]. <https://arxiv.org/abs/2010.14529>.
- [34] MIRSHEKARI S, YUNES N, WILL C M. Constraining Lorentz–violating, modified dispersion relations with gravitational waves [J]. *Physical Review D*, 2012, 85:024041.
- [35] DETWEILER S L. Black holes and gravitational waves. III –The resonant frequencies of rotating holes [J]. *The Astrophysical Journal*, 1980, 239:292–295.
- [36] DREYER O, KELLY B J, KRISHNAN B, et al. Black–hole spectroscopy: testing general relativity through gravitational–wave observations [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2004, 21(4):787–803.
- [37] BERTI E, CARDOSO V, WILL C M. Gravitational–wave spectroscopy of massive black holes with the space interferometer LISA [J]. *Physical Review D*, 2006, 73:064030.

(责任编辑 王海蓉)